МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ

УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГ

ФАКУЛЬТЕТ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ,

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТА УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ

Кафедра інформаційних технологій

**ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ**

з дисципліни

«Теорія ймовірностей та математична статистика»

на тему: «Статистична обробка результатів експерименту»

Студента (ки) 2 курсу групи КН-22

напряму підготовки Компютерні

науки

Бавченко В.О.

(прізвище та ініціали)

Керівник канд. техн. наук, доцент

Косенюк Г.В.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Оцінка:

за універститетською шкалою \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

за шкалою ECTS \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

за національною шкалою \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

«\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 202\_\_ р.

Члени комісії \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали

Черкаси – 2023

**„Теорія ймовірностей та математична статистка”**

**Індивідуальне завдання**

„Статистична обробка результатів спостережень”

студенту групи КН-22 *Бавченко Вікторія Олегівна*.

Варіант № 2

На виході двох ідентичних систем автоматичного керування технологічними процесами встановлені реєстратори, які записують відхилення в часі вихідного параметру системи від заданого значення. При якісній роботі системи це відхилення повинно дорівнювати нулю, але за рахунок впливу на систему дії випадкових факторів воно виявляється відмінним від нуля.

Для аналізу якості роботи систем із записів реєстраторів зроблені вибірки X і Y однакового обсягу. Виходячи із принципу роботи систем автоматичного керування такого типу можна припустити, що відхилення вихідного параметру кожної із систем від заданого розподілені нормально. Оскільки системи працюють незалежно одна від одної, то вибірки незалежні.

Для кожної з вибірок необхідно:

1. побудувати гістограми частот;
2. за вибірками з генеральних сукупностей X і Y побудувати нормальні криві;
3. перевірити гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей X та Y, використовуючи критерій погодженості Пірсона;
4. знайти оцінки математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей;
5. перевірити гіпотезу про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей X і Y;
6. запропонувати просту гіпотезу про рівність дисперсій генеральних сукупностей Н0 : D (X ) = D (Y) при конкуруючій гіпотезі Н1 : D (X ) ≠ D (Y). Прийняти рівень значущості α = 0,1 .Перевірити запропоновану гіпотезу;
7. за одержаними результатами обробки даних вибіркових сукупностей для кожної із генеральних сукупностей представити ймовірнісну теоретичну модель;
8. зробити висновки про роботу систем автоматичного керування. Для автоматизації обчислень та побудови графіків використати доцільно використати відповідні програми (MS Exel, Statistica). Посилання на використання прикладних програм навести в тексті роботи. По кожному пункту завдання зробити висновки щодо статистичних характеристик досліджуваних відхилень, отриманих у даному пункті, та їх відповідності показникам роботи систем.

Вихідні дані до роботи:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Варіант № 2** | X | 0,91 | -1,09 | 2,81 | -1,06 | 0,11 | 1,14 | 0,02 | -0,59 | -0,44 | -0,17 |
| -0,70 | 0,60 | -0,71 | -0,14 | 0,05 | -0,37 | 0,77 | 1,05 | 1,73 | 0,29 |
| 0,19 | 1,39 | -0,21 | 0,43 | 1,16 | 0,65 | 0,26 | -0,48 | 0,55 | -0,51 |
| -0,58 | -0,75 | -0,62 | -0,95 | 0,65 | 1,69 | 1,12 | -1,96 | 0,82 | 1,15 |
| 0,81 | -0,64 | -1,18 | -1,53 | -1,81 | -0,61 | 2,05 | -0,18 | 0,19 | -0,46 |
| Y | -0,04 | -0,08 | -2,17 | -1,62 | 2,07 | 1,13 | 0,22 | 0,49 | -0,47 | 1,98 |
| 0,63 | 0,41 | 0,72 | -0,78 | -0,56 | 0,25 | -0,94 | -0,95 | -0,77 | -0,84 |
| 1,05 | -0,60 | 1,69 | 1,00 | -3,06 | -0,45 | 0,71 | 0,37 | 2,09 | 0,03 |
| -2,10 | 0,18 | 1,75 | -0,64 | 0,99 | 0,36 | -1,30 | 1,86 | 1,55 | 1,02 |
| 2,11 | -0,96 | 2,69 | 0,35 | -1,24 | 1,50 | -0,39 | -0,67 | -1,55 | 0,73 |

Завдання видав викладач \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Косенюк Г.В.

Завдання прийняв студент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Бавченко. В.О.

,,\_\_\_\_\_,, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_” 202\_ р.

Термін здачі роботи ,,\_\_\_\_\_,, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_” 202\_ р.

# Зміст

[Зміст 6](#_Toc151141362)

[1. Побудова гістограм частот 7](#_Toc151141363)

[2. Побудова нормальних кривих 10](#_Toc151141364)

[3. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей 13](#_Toc151141365)

[4. Знаходження точкових оцінок математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей 15](#_Toc151141366)

[5. Перевірка гіпотез про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей 17](#_Toc151141367)

[6. Перевірка гіпотези про рівність дисперсій генеральних сукупностей 19](#_Toc151141368)

[7. Представлення теоритичних моделей генеральних сукупностей 20](#_Toc151141369)

[9. Висновки 23](#_Toc151141370)

[Список використаних джерел 24](#_Toc151141371)

# 1. Побудова гістограм частот

**Завдання:** Побудувати гістограми частот.

Розглянемо вибіркову сукупність Х та Y. Відсортуємо вибірки за зростанням за допомогою MS Excel. Знайдемо розмах варіації R для кожної вибірки за формулою:

Тепер потрібно вибрати кількість часткових інтервалів N. Для цього застосовується формулу Стреджеса:

N=1+3,322 *lg(n)*,

де *n* – число варіант вибіркової сукупності (в даному випадку, n = 50). Для визначення довжини часткового інтервалу використовуємо формулу:

Побудуємо спершу гістограму для X. Для початку першого інтервалу візьмемо наступне значення:

*Xпоч* = *Xmin* 0,5·*h =* 1,96 0,5 · 0,718 =

Таблиця 1

Дані для гістограми частот вибірки X

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер  інтервалу, *i* | Частковий  інтервал,  *xi – xi+1* | Сума частот  варіант  інтервалу, *ni* | Густина  частоти, *ni/h* |
| 1 | –2,319 – (–1,601) | 3 | 4,178 |
| 2 | –1,601 – (–0,883) | 4 | 5,571 |
| 3 | –0,883 – (–0,165) | 16 | 22,284 |
| 4 | –0,165 – 0,553 | 10 | 13,927 |
| 5 | 0,553 – 1,271 | 12 | 16,713 |
| 6 | 1,271 – 1,989 | 3 | 4,178 |
| 7 | 1,989 – 2,707 | 1 | 1,392 |
| 8 | 2,707 – 3,425 | 1 | 1,392 |

Побудуємо на осі абсцис задані інтервали довжиною. Проведемо над цими інтервалами відрізки, паралельні осі абсцис, які знаходяться від неї на відстанях, рівних відповідним густинам частоти. Побудована гістограма зображена на рис.1.1.

Рис.1.1. Гістограма частот вибірки X

Зовнішній вигляд гістограми свідчить про те, що величина з досить високою імовірністю може мати нормальний розподіл.

Тепер побудуємо гістограму для Y. Для початку першого інтервалу візьмемо наступне значення:

*Yпоч* = *Ymin* 0,5·*h =* 3,06 0,5 · 0,865 = .

Таблиця 2

Дані для гістограми частот вибірки Y

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер  інтервалу, *i* | Частковий  інтервал,  *yi – yi+1* | Сума частот  варіант  інтервалу, *ni* | Густина  частоти, *ni/h* |
| 1 | – 3,492 – (–2,627) | 1 | 1,156 |
| 2 | –2,627 – (–1,762) | 2 | 2,312 |
| 3 | –1,762 – (– 0,897) | 7 | 8,092 |
| 4 | – 0,897 – (– 0,032) | 12 | 13,872 |
| 5 | – 0,032 – 0,833 | 13 | 15,028 |
| 6 | 0,833 – 1,701 | 8 | 9,248 |
| 7 | 1,701 – 2,566 | 6 | 6,936 |
| 8 | 2,566 – 3,431 | 1 | 1,156 |

Рис.1.2. Гістограма частот вибірки Y

***Висновок:*** Зовнішній вигляд гістограми не дуже нагадує нормальний розподіл. Це може пояснюватися як недостатнім обсягом вибірки або невдалим способом групування числових значень ознаки, так і тим, що насправді величина має інший розподіл.

# 2. Побудова нормальних кривих

**Завдання:** За вибірками з генеральних сукупностей X і Y побудувати нормальні криві.

**Для вибірки X:**

Спочатку знаходимо середнє квадратичне відхилення:

Далі, обчислюємо вирівнюючі частоти і заносимо результати розрахунків у таблицю.

Таблиця 3

Таблиця для обчислення вирівнюючих частот X

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| -1,96 | 3 | -1,96 | -1,87 | 0,0694 | 2,38 |
| -1,242 | 4 | -1,24 | -1,18 | 0,1989 | 6,81 |
| -0,524 | 16 | -0,52 | -0,5 | 0,3521 | 12,05 |
| 0,194 | 10 | 0,19 | 0,18 | 0,3925 | 13,43 |
| 0,912 | 12 | 0,91 | 0,87 | 0,2732 | 9,35 |
| 1,63 | 3 | 1,63 | 1,55 | 0,12 | 4,11 |
| 2,348 | 1 | 2,35 | 2,24 | 0,0325 | 1,11 |
| 3,066 | 1 | 3,07 | 2,92 | 0,0056 | 0,19 |
|  |  |  |  |  | 49,43 |

Будуємо нормальні криві Х:

Рис.2.1. Нормальна крива (Ряд2) та полігон частот (Ряд1) вибірки X

Відхилення значень від нормальної кривої несуттєві.

**Для вибірки Y:**

Спочатку знаходимо середнє квадратичне відхилення:

Далі, обчислюємо вирівнюючі частоти і заносимо результати розрахунків у таблицю.

Таблиця 4

Таблиця для обчислення вирівнюючих частот Y

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| -3,0595 | 1 | -3,06 | -2,36 | 0,0246 | 0,82 |
| -2,1945 | 2 | -2,19 | -1,69 | 0,0957 | 3,19 |
| -1,3295 | 7 | -1,33 | -1,02 | 0,2317 | 7,72 |
| -0,4645 | 12 | -0,46 | -0,36 | 0,3739 | 12,46 |
| 0,4255 | 13 | 0,43 | 0,33 | 0,378 | 12,6 |
| 1,292 | 8 | 1,29 | 1 | 0,242 | 8,06 |
| 2,1335 | 6 | 2,13 | 1,64 | 0,104 | 3,47 |
| 2,9985 | 1 | 3,00 | 2,31 | 0,0277 | 0,92 |
|  |  |  |  |  | 49,24 |

Будуємо нормальні криві Y:

Рис.2.2. Нормальна крива (Ряд2) та полігон частот (Ряд1) вибірки Y

***Висновок:*** Хоча в цілому криві схожі, але деякі значення розходяться досить сильно. Це може пояснюватися як недостатнім обсягом вибірки або невдалим способом групування числових значень ознаки, так і тим, що теоретичні частоти обчислені виходячи із неправильної гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.

# 3. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей

**Завдання:** Перевірити гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей X та Y, використовуючи критерій погодженості Пірсона.

У якості критерію перевірки нульової гіпотези приймемо величину:

,

де - теоретичні частоти, а - емпіричні, і порівняти її з

де – рівень значущості, k=s–3 – число ступенів вільності, де *s* – кількість часткових інтервалів. Якщо – нульову гіпотезу відхиляють.

Проводимо перевірку гіпотези про нормальний розподіл для вибірки X.

Таблиця 5

Розрахунок емпіричного критерію для X

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 3 | 2,375 | 0,625 | 0,39 | 0,165 | 9 | 3,789 |
| 4 | 6,807 | -2,807 | 7,88 | 1,158 | 16 | 2,35 |
| 16 | 12,05 | 3,95 | 15,6 | 1,295 | 256 | 21,244 |
| 10 | 13,432 | -3,433 | 11,785 | 0,877 | 100 | 7,444 |
| 12 | 9,35 | 2,65 | 7,022 | 0,751 | 144 | 15,401 |
| 3 | 4,107 | -1,107 | 1,225 | 0,298 | 9 | 2,191 |
| 1 | 1,112 | -0,112 | 0,013 | 0,011 | 1 | 0,899 |
| 1 | 0,192 | 0,808 | 0,653 | 3,409 | 1 | 5,218 |
|  |  |  |  |  |  | 58,538 |

Для перевірки правильності обчислюємо значення критерію за другою формулою:

Відповіді співпали майже повністю, отже, розрахунки правильні.

За рівень значущості приймемо 0,05. Число груп вибірки (число різних варіант) s=8, тоді число ступенів вільності *k=*8*–*3*=*5. Значення критичної точки:

Оскільки , то нульову гіпотезу приймаємо. Те, що гіпотеза підтвердилася, може свідчити як про те, що насправді розподіл нормальний.

Проводимо перевірку гіпотези про нормальний розподіл для вибірки Y.

Таблиця 6

Розрахунок емпіричного критерію для Y

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0,842 | 0,158 | 0,025 | 0,0297 | 1 | 1,188 |
| 2 | 3,275 | -1,275 | 1,626 | 0,497 | 4 | 1,221 |
| 7 | 7,93 | -0,93 | 0,864 | 0,109 | 49 | 6,179 |
| 12 | 12,796 | -0,796 | 0,634 | 0,05 | 144 | 11,253 |
| 13 | 12,937 | 0,063 | 0,004 | 0,0003 | 169 | 13,064 |
| 8 | 8,282 | -0,282 | 0,08 | 0,01 | 64 | 7,727 |
| 6 | 3,559 | 2,44 | 5,96 | 1,674 | 36 | 10,114 |
| 1 | 0,948 | 0,052 | 0,003 | 0,003 | 1 | 1,055 |
|  |  |  |  |  |  | 51,9 |

Для перевірки правильності обчислюємо значення критерію за другою формулою:

Відповіді повністю не співпали, але приблизно співмірні.

За рівень значущості приймемо 0,05. Число груп вибірки (число різних варіант) s=8, тоді число ступенів вільності *k=*8*–*3*=*5. Значення критичної точки: .

Оскільки , то нульову гіпотезу приймаємо. Те, що гіпотеза підтвердилася, може свідчити як про те, що насправді розподіл нормальний.

# 4. Знаходження точкових оцінок математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей

**Завдання:** Знайти оцінки математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей. Для цього скористаємось методом найбільшої правдоподібності. Для спрощення розрахунків використати метод добутків.

Для розрахунків доцільно скласти розрахункову таблицю. За фальшивий нуль (С) беремо значення 0,912.

Таблиця 7

Таблиця для розрахунку точкових оцінок параметрів вибірки X

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| -1,96 | 3 | -4 | -12 | 48 | 27 |
| -1,242 | 4 | -3 | -12 | 36 | 16 |
| -0,524 | 16 | -2 | -32 | 64 | 16 |
| 0,194 | 10 | -1 | -10 | 10 | 0 |
| 0,912 | 12 | 0 | 0 | 0 | 12 |
| 1,63 | 3 | 1 | 3 | 3 | 12 |
| 2,348 | 1 | 2 | 2 | 4 | 9 |
| 3,066 | 1 | 3 | 3 | 9 | 16 |
|  | Σ=n=50 |  | Σ= -58 | Σ=174 | Σ=108 |

Тепер треба перевірити правильність розрахунків.

Розрахунки проведені правильно. Тепер обчислюємо умовні моменти першого і другого порядків:

Далі обчислюємо вибіркові середню і дисперсію за формулами:

Тепер побудуємо таблицю для другої вибірки. За фальшивий нуль (С) беремо значення 0,4255.

Таблиця 8

Таблиця для розрахунку точкових оцінок параметрів вибірки Y

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| -3,0595 | 1 | -4,03 | -4,029 | 16,232 | 9,174 |
| -2,1945 | 2 | -3,03 | -6,058 | 18,348 | 8,233 |
| -1,3295 | 7 | -2,03 | -14,202 | 28,815 | 7,41 |
| -0,4645 | 12 | -1,03 | -12,347 | 12,704 | 0,01 |
| 0,4255 | 13 | 0 | 0 | 0 | 13 |
| 1,292 | 8 | 1,002 | 8,014 | 8,028 | 32,056 |
| 2,1335 | 6 | 1,98 | 11,847 | 23,393 | 53,088 |
| 2,9985 | 1 | 2,975 | 2,975 | 8,848 | 15,797 |
|  | Σ=n=50 |  | Σ=-13,8 | Σ=116,37 | Σ=138,77 |

Тепер треба перевірити правильність розрахунків.

Розрахунки проведені правильно. Тепер обчислюємо умовні моменти першого і другого порядків:

Далі обчислюємо вибіркові середню і дисперсію за формулами:

***Висновок:*** знайдені оцінки генеральних середніх не вказують на відсутність систематичних похибок, адже не дорівнюють нулю. Це може бути пов’язано як з наявністю похибок, так і з невеликим обсягом вибірки. Дисперсії вибірок хоч і не сильно, але відрізняються, хоча мали б бути однаковими, адже умови однакові. Це теж пояснюється невеликим обсягом вибірки.

# 5. Перевірка гіпотез про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей

**Завдання:** Перевірити гіпотезу про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей X і Y.

Спочатку потрібно обчислити спостережене значення критерію

і за таблицею критичних точок розподілу Стьюдента, за заданим рівнем значущості *α* і числом ступенів вільності *k*=n–1 знайти двосторонню критичну точку .

Якщо – немає підстав відхилити нульову гіпотезу.

Якщо – нульову гіпотезу відхиляють.

Перевіримо нульову гіпотезу для вибірки X:

За вибіркою обсягом , взятої із нормальної генеральної сукупності, ми знайшли вибіркове середнє . Шукаємо «виправлене» середнє квадратичне:

При рівні значущості перевіряємо нульову гіпотезу при конкуруючій гіпотезі .

Обчислимо спостережне значення критерію

Конкуруюча гіпотеза має вигляд , тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Стьюдента, за рівнем значущості a=0,05 і за числом ступенів вільності знаходимо критичну точку .

Оскільки – немає підстав відхилити нульову гіпотезу, тобто вибіркове середнє несуттєво відрізняється від гіпотетичної генеральної середньої.

Перевіримо нульову гіпотезу для вибірки Y:

За вибіркою обсягом , взятої із нормальної генеральної сукупності, ми знайшли вибіркове середнє . Шукаємо «виправлене» середнє квадратичне:

При рівні значущості перевіряємо нульову гіпотезу при конкуруючій гіпотезі .

Обчислимо спостережне значення критерію

Конкуруюча гіпотеза має вигляд , тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Стьюдента, за рівнем значущості a=0,05 і за числом ступенів вільності знаходимо критичну точку .

Оскільки – немає підстав відхилити нульову гіпотезу, тобто вибіркове середнє несуттєво відрізняється від гіпотетичної генеральної середньої.

***Висновок:*** є підстави вважати, що системи працюють без систематичних похибок керування.

# 6. Перевірка гіпотези про рівність дисперсій генеральних сукупностей

**Завдання:** запропонувати просту гіпотезу про рівність дисперсій генеральних сукупностей *H0:D(X)=D(Y)* при конкуруючій гіпотезі *H1:D(X)≠D(Y)*. Прийняти рівень значущості α = 0,1. Перевірити запропоновану гіпотезу.

Спочатку необхідно знайти «виправлені» вибіркові дисперсії.

Далі, знайдемо емпіричне значення критерію як відношення більшої виправленої дисперсії до меншої:

За умовою, конкуруюча гіпотеза має вигляд , тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Фішера-Снедекора, за рівнем значущості вдвічі меншим заданого () і числом ступенів вільності знаходимо критичну точку:

.

***Висновок:*** Оскільки , то немає підстав відхилити нульову гіпотеза про рівність генеральних дисперсій. Іншими словами, вибіркові виправлені дисперсії відрізняються несуттєво. Рівність дисперсій свідчить про те, що системи автоматичного керування ідентичні.

# 7. Представлення теоритичних моделей генеральних сукупностей

**Завдання:** за одержаними результатами обробки даних вибіркових сукупностей для кожної із генеральних сукупностей представити ймовірнісну теоретичну модель. Представимо теоретичні моделі генеральних сукупностей у вигляді графіків, на підставі того, що гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей не були відхилені. Отже, обидві наші генеральні сукупності мають нормальний розподіл.

Нормальний розподіл характеризується густиною ймовірності:

Для вибірки Х:

Підставляємо значення ;

Будуємо розрахункову таблицю для вибірки X:

Таблиця 9

|  |  |
| --- | --- |
| *Xi* | *F(xi)* |
| -1,96 | 0,068 |
| -1,242 | 0,178 |
| -0,524 | 0,308 |
| 0,194 | 0,354 |
| 0,912 | 0,27 |
| 1,63 | 0,137 |
| 2,348 | 0,046 |
| 3,066 | 0,01 |

Будуємо гістограму за даними таблиці:

Рис 7.1 Теоретична модель вибірки X

Підставляємо значення ;

Будуємо розрахункову таблицю для вибірки Y:

Таблиця 7.2

|  |  |
| --- | --- |
| *Yi* | *F(Yi)* |
| -2,1945 | 0,089 |
| -1,3295 | 0,157 |
| -0,4645 | 0,216 |
| 0,4255 | 0,23 |
| 1,292 | 0,189 |
| 2,1335 | 0,122 |
| 2,9985 | 0,061 |
| 1,7155 | 0,156 |

Будуємо гістограму за даними таблиці:

Рис. 7.2. Теоретична модель вибірки Y

***Висновок:*** Було побудовано теоретичну модель для вибірок X та Y за обробленими даними про генеральну сукупність.

# 9. Висновки

Після виконання всіх розрахунків можемо підвести підсумок. Було проведено аналіз гістограм частот, визначили розмах варіації та довжину інтервалів для кожної з вибірок X та Y. Загальний вигляд гістограм свідчить про можливість нормального розподілу обох генеральних сукупностей.

Побудувавши нормальні криві за емпіричними даними, помітили невеликі відхилення від нормальної кривої, але вони в цілому не є суттєвими. Після перевірки гіпотез про нормальний розподіл генеральних сукупностей, виявили, що за значенням критерію , можна прийняти нульову гіпотезу про нормальний розподіл обох сукупностей.

Також було знайдено точкові оцінки математичних сподівань та дисперсій генеральних сукупностей, використовуючи логарифмічну функцію правдоподібності, і обчислено вибіркове середнє та дисперсію. Перевірка гіпотез про рівність нулю генеральних середніх показала, що , тому немає підстав відхилити нульову гіпотезу про рівність середніх.

Також, за результатами перевірки гіпотез про рівність дисперсій генеральних сукупностей Fемп < Fкр, ми не маємо достатніх підстав відхилити нульову гіпотезу про рівність дисперсій. Узагальнюючи ці результати, можна зробити висновок, що системи автоматичного керування працюють якісно, а відхилення у вимірюваннях обумовлені випадковими факторами.

# Список використаних джерел

1. Косенюк Г. В. Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика: Методичні рекомендації щодо виконання розрахунково – графічної роботи – Черкаси: Видавництво ЧНУ 2005. – 79 с.

2. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. – Київ: Центр навчальної літератури, 2004. – 448 с.